

考前资料: 教师资格证面试考前预测试题-高中数学

《弧度与角度的转化》

用角度制和弧度制来度量零角, 单位不同, 但量数相同 (都是 0); 用角度制和弧度制度量任一非零角, 单位不同, 量数也不同。因为周角的弧度数是 2π , 而在角度制下的度数是 360, 所以

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad},$$

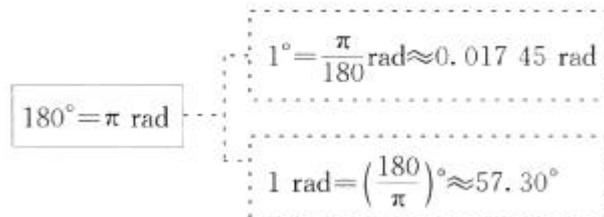
$$180^\circ = \pi \text{ rad},$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.01745 \text{ rad}.$$

反过来有:

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57.30^\circ = 57^\circ 18',$$

一般地, 我们只需根据



就可以进行弧度与角度的换算了。

基本要求:

- (1) 要有板书
- (2) 条理清晰、重点突出
- (3) 教学过程中注意启发引导
- (4) 学生掌握弧度与角度的转化方法

【教学过程】

(一) 导入新课

问题 1: 我们已经知道角的度量单位是度、分、秒, 它们的进率是 60, 角是否可以用其他单位度量呢? 是否可以采用 10 进制?



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

问题 2: 角的弧度制是如何引入的?为什么要引入弧度制, 好处是什么?角度制与弧度制的区别与联系?

角度制、弧度制度量角的两种不同的方法, 单位、进制不同, 就像度量长度一样有不同的方法, 千米、米、厘米与丈、尺、寸, 反映了事物本身不变, 改变的是不同的观察、处理方法, 因此结果就有所不同。

问题 3: 应用公式 $\alpha = \frac{l}{r}$ 求圆心角时, α 是弧度, 如果给出角度时怎么换算成弧度呢?

引入课题《角度与弧度的转化》

(二) 生成新知

1 学生动手画图探究平角、圆周角的弧度数, 结合图形和公式找到平角, 圆周角与弧度之间的关系。

$$\text{圆周角: } \alpha = \frac{l}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi; 360^\circ = 2\pi \text{ rad};$$

$$\text{平角: } \alpha = \frac{l}{r} = \frac{\pi r}{r} = \pi; 180^\circ = \pi \text{ rad}.$$

2 根据特殊角以及弧度的定义, 推导出任意的角度转化成弧度

$$\frac{180^\circ}{n} = \frac{\pi \text{ rad}}{\alpha}, \alpha = \frac{n\pi}{180} \text{ rad};$$

推导出任意的弧度转化成角度

$$1^\circ = \frac{180^\circ}{\pi}, n = \alpha \frac{180^\circ}{\pi}$$

3 利用角度与弧度的转化完成特殊角的角度与弧度的对应表

角度	30°	45°	60°	90°	180°	360°
弧度	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

4 分组讨论角的集合与实数集 \mathbb{R} 的对应关系。在这两种单位制下都是以一一对应的关系么?

由于每一个角都有唯一的一个实数(角度或者弧度)与它对应, 反过来, 每一个实数也都有唯一的一个角与之对应, 因此, 无论角度制还是弧度制都能与实数建立一一对应的关系。

(三) 巩固提高

1 把 $115^\circ 30'$ 化成弧度

2 把 $\frac{7\pi}{6}$ 化成角度

3 扇形 AOB 中, 圆心角是 60° , 半径是 50 米, 求 AB 的弧长



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

(四)小结作业

小结: 本节课你有哪些收获

作业: 同桌互相给出角度或者弧度, 另一个人进行转化

【板书设计】

【答辩题目解析】

1.弧度的定义是什么?

【参考答案】

所谓“弧度的定义”就是说, 1 弧度的角大小是怎样规定的? 我们知道“度”的定义是, “两条射线从圆心向圆周射出, 形成一个夹角和夹角正对的一段弧。当这段弧长正好等于圆周长的 $\frac{1}{360}$ 分之一时, 两条射线的夹角的大小为 1 度。那么, 弧度又是怎样定义的呢? 弧度的定义是: 两条射线从圆心向圆周射出, 形成一个夹角和夹角正对的一段弧。当这段弧长正好等于圆的半径时, 两条射线的夹角大小为 1 弧度。比较一下, 度和弧度的这两个定义非常相似。它们的区别, 仅在于角所对的弧长大小不同。度的是等于圆周长的 $\frac{1}{360}$ 分之一, 而弧度的是等于半径。简单的说, 弧度的定义是, 当角所对的弧长等于半径时, 角的大小为 1 弧度。

2.你本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

【知识与技能】能正确进行角度与弧度的换算, 熟记特殊角的弧度数。

【过程与方法】在合作探究的学习过程中, 养成合理表述、科学抽象、规范总结的思维习惯, 逐步在探索新知过程中锻炼推理的能力和数学知识的运用能力。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

【情感态度价值观】进一步加强对辩证统一思想的理解, 提高归纳概括总结能力, 体会数学与生活的紧密联系。

《古典概型》

例 1 从字母 a, b, c, d 中任意取出两个不同字母的试验中, 有哪些基本事件?

分析: 为了得到基本事件, 我们可以按照某种顺序, 把所有可能的结果都列出来。

解: 所求的基本事件共有 6 个:

$A = \{a, b\}, B = \{a, c\}, C = \{a, d\},$

$D = \{b, c\}, E = \{b, d\},$

$F = \{c, d\}.$

上述试验和例 1 的共同特点是:

(1) 试验中所有可能出现的基本事件只有有限个;

(2) 每个基本事件出现的可能性相等。

我们将具有这两个特点的概率模型称为**古典概率模型** (classical models of probability), 简称古典概型。

对于古典概型, 任何事件的概率为

$$P(A) = \frac{A \text{ 包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}$$

基本要求:

- 1、要有板书
- 2、试讲 10 分钟左右
- 3、条例清晰, 重点突出
- 4、学生会判断古典概型并求其概率

【教学过程】

(一) 导入新课

提问: 同学们, 我们刚刚学习了基本事件的概念, 那么什么是基本事件? 基本事件又有什么特点呢? 有没有人能举一个例子呢?

例 1. 列举出下列几个随机事件中的基本事件。

1. 从 a, b, c, d , 中任取两个不同的字母的试验。
2. 有五根细长的木棒, 长度分别为 1, 3, 5, 7, 9, 任取三根。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

3. 掷两枚硬币, 可能出现的结果。

(二) 生成概念

提问: 这三个例子有什么共同点?

通过学生自主探究, 合作交流, 师生共同归纳总结共同点, 引出古典概型概念:

(1) 试验中所有可能出现的基本事件只有有限个; (有限性)

(2) 每个基本事件出现的可能性相等。(等可能性)

我们将具有这两个特点的概型称为古典概型, 简称古典概型。

引导学生思考分析, 从 a, b, c, d, 中任取两个不同的字母的试验, 字母 a 被选中的基本事件是什么? 那字母 a 被选中的概率是多少?

字母 a 被选中的所有基本事件为 (a, b)、(a, c)、(a, d)。

又 $P(a, b) + P(a, c) + P(a, d) + P(b, c) + P(b, d) + P(c, d) = 1$

且 $P(a, b) = P(a, c) = P(a, d) = P(b, c) = P(b, d) = P(c, d)$

利用概率的加法公式有, $P = P(a, b) + P(a, c) + P(a, d) = \frac{1}{2}$

所以可能性为 $\frac{1}{2}$ 。

大家思考一下古典概型中, 随机事件发生的概率计算公式是什么?

$$P(A) = \frac{A \text{ 包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}$$

(三) 巩固提高

练: 有五根细长的木棒, 长度分别为 1, 3, 5, 7, 9, 任取三根, 可以组合成三角形的概率。

(四) 小结作业

以提问的方式, 先由学生反思学习内容并回答, 教师再作补充完善。

1. 古典概型的特点是什么?

2. 古典概型的计算公式是什么?

课后作业

1. 判断下列试验是否为古典概型? 为什么? 是古典概型的请列举出其中的基本事件是什么?

(1) 从所有整数中任取一个数。

(3) 在 6 名优秀演讲优胜者中挑取一个人去参加市演讲比赛, 每个演讲者被选中的可能性相等。

2. 掷两次骰子, 求出现点数之和为奇数的概率。

3. 思考“向一个圆面内随机地投一个点, 如果该点落在圆面内任意一点都是等可能的。”这类随机事件是什么概型呢? 要怎样求概率呢?



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

【板书设计】

例一	古典概型
古典概型	古典概型概率公式
	练习

《平面向量基本定理》

火箭在升空的某一时刻, 速度可以分解成竖直向上和水平向前的两个分速度(图 2-3-1)。在力的分解的平行四边形法则中, 我们看到一个力可以分解为两个不共线方向的力的和。



图 2-3-1

● 平面内任一向量是否可以用两个不共线的向量来表示呢?

如图 2-3-2, 设 e_1, e_2 是平面内两个不共线的向量, a 是平面内的任一向量。



图 2-3-2

在平面内任取一点 O , 作 $\vec{OA} = e_1, \vec{OB} = e_2, \vec{OC} = a$. 过点 C 作平行于 OB 的直线, 交直线 OA 于 M ; 过点 C 作平行于 OA 的直线, 交直线 OB 于 N , 则有且只有一对实数 λ_1, λ_2 , 使得 $\vec{OM} = \lambda_1 e_1, \vec{ON} = \lambda_2 e_2$. 因为 $\vec{OC} = \vec{OM} + \vec{ON}$, 所以 $a = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2$. 于是, 我们有下面的定理:

平面向量基本定理 如果 e_1, e_2 是同一平面内两个不共线的向量, 那么对于这一平面内的任一向量 a , 有且只有一对实数 λ_1, λ_2 , 使

$$a = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2.$$

我们把不共线的向量 e_1, e_2 叫做表示这一平面内所有向量的一组**基底**(base),

一个平面向量用一组基底 e_1, e_2 表示成 $a = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2$ 的形式, 我们称它为向量 a 的**分解**. 当 e_1, e_2 所在直线互相垂直时, 这种分解也称为向量 a 的**正交分解**.

基本要求:

(1) 让学生理解平面向量基本定理的意义, 掌握基向量表示平面上的任一向量



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

(2)教学中注意师生间的交流互动有适当的提问环节。

(3)要求配合教学内容有适当的板书设计

(4)请在 10 分钟内完成试讲内容。

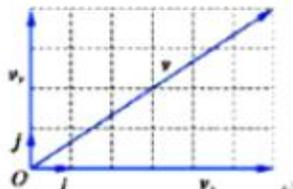
【教学过程】

(一) 导入新课

问题 1: 给定平面内两个不共线向量 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 , 你能否作出 $3\vec{e}_1+2\vec{e}_2$, $\vec{e}_1-2\vec{e}_2$?

我们可以利用平行四边形法则做出形如 $\lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ 的向量。反过来, 任意一个向量是否都可以写成 $\lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ 的形式呢?

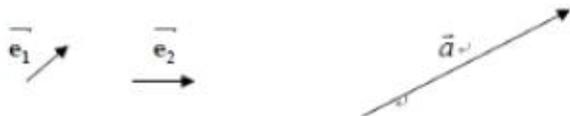
问题 2: 火箭在升空的某一时刻, 速度可以分解成竖直向上和水平向前的两个速度。



问: 平面内任一向量是否可以用两个不共线的向量来表示呢?

(二) 新课教学

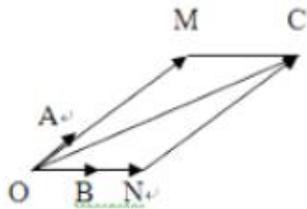
如图, 设 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 是平面内两个不共线向量, 你能否将平面内任意向量 \vec{a} 分解到 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 的方向上?



如图所示, 在平面内任取点 O, 作 $\vec{OA} = \vec{e}_1$, $\vec{OB} = \vec{e}_2$, $\vec{OC} = \vec{a}$. 作平行四边形 ONCM. 则 $\vec{OC} = \vec{OM} + \vec{ON}$. 由向量共线定理可得, 存在唯一的实数 λ_1 , 使 $\vec{OM} = \lambda_1 \vec{e}_1$; 存在唯一的实数 λ_2 , 使 $\vec{ON} = \lambda_2 \vec{e}_2$. 即存在唯一的实数对 λ_1, λ_2 , 使得 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$.



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!



强调: 向量 \vec{a} 的任意性、 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 不共线、系数 λ_1 、 λ_2 的存在性与唯一性。

平面向量的基本定理: 如果 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 是同一平面内的两个不共线向量, 那么对于这一平面内的任一向量 \vec{a} , 有且只有一对实数 λ_1, λ_2 使 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$ 。

小组合作思考下列问题:

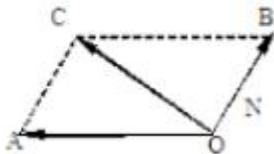
- (1) 什么样的两个向量可以作为平面内所有向量的一组基底?
- (2) 一个平面的基底是唯一的吗?

(3) 当平面的基底给定时, 任意向量 \vec{a} 的分解形式唯一的吗?

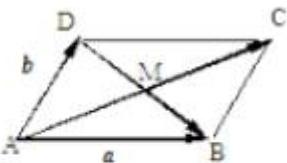
(4) \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 是平面的一组基底, 且 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 = k_1 \vec{e}_1 + k_2 \vec{e}_2$, 你能得出什么结论? 由 $\lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 = \vec{0}$, 你又能得出什么结论?

(三) 巩固提高

例 1: 已知向量 \vec{e}_1, \vec{e}_2 , 求作向量 $-2.5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ 。



例 2: 如图 $\square ABCD$ 的对角线交于 M, 且 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, 用 \vec{a} 、 \vec{b} 表示 \vec{MA} , \vec{MB} , \vec{MC} 和 \vec{MD} 。



(四) 小结作业

小结: 本节课学习了什么? 什么是平面基本定理?

作业: 平面向量基本定理与向量共线定理, 在内容和表述形式上有什么区别和联系?



【板书设计】

平面向量基本定理

平面向量的基本定理: 如果 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是同一平面内的两个不共线向量, 那么对于这一平面内的任一向量 \vec{a} , 有且只有一对实数 λ_1, λ_2 使 $\vec{a} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$

《函数的单调性》

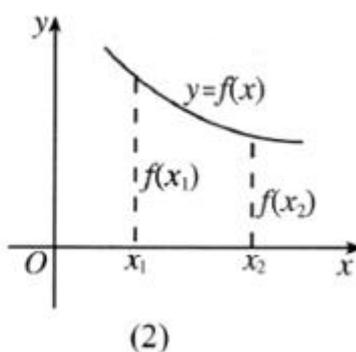
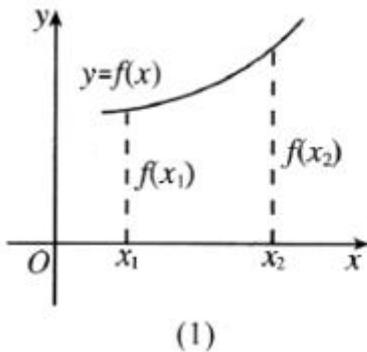
对于二次函数 $f(x) = x^2$, 我们可以这样描述“在区间 $(0, +\infty)$ 上, 随着 x 的增大, 相应的 $f(x)$ 也随着增大”; 在区间 $(-\infty, 0]$ 上, 任取两个 x_1, x_2 , 得到 $f(x_1) = x_1^2, f(x_2) = x_2^2$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$, 这时, 我们就说函数 $f(x) = x^2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数。

你能仿照这样的描述, 说明函数 $f(x) = x^2$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上是减函数吗?

一般地, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 I :

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数 (increasing function) (图 1.3-3(1));

如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数 (decreasing function) (图 1.3-3(2)).



【基本要求】

- 1、试讲 10 分钟
- 2、要有板书设计
- 3、提问具有启发性
- 4、掌握函数单调性的求法



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

【教学过程】

(一) 导入新课

回忆下楼梯, 学生的位置变化。

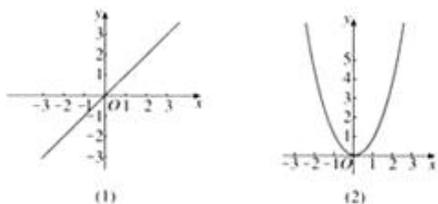
总结: 随着楼梯台阶标号的增大, 我们所处的位置在不断地上升, 反之, 我们下楼时, 我们的位置显然是在下降的。

问题: 函数是不是也有这样的性质吗?

引出课题: 函数的单调性。

(二) 生成新知

出示例题 1 研究一次函数 $f(x) = x$ 和二次函数 $f(x) = x^2$ 的单调性。



观察上图, 回答下面的问题。

1 根据图象, 请同学们写出你对这两个函数单调性的描述?

2 思考, 如何利用函数解析式 $f(x) = x^2$ 来描述函数随着自变量 x 值的变化, 函数值 $f(x)$ 的变化情况?

3. 如果给出函数 $y = f(x)$, $x \in I$, 你能用准确的数学符号语言表述出函数单调性的定义吗?

学生独立思考, 尝试练习、解答, 初步形成自己的解决方案。教师巡视, 了解学生的学习情况, 并及时指导; 完成的同学, 同学之间交流一下自己的解决问题的方法。

师生共同总结: 一般地, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 I 。

①如果对于定义域上某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 那么就说明函数 $y = f(x)$ 在区间 D 上是增函数。

②如果对于定义域上某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 那么就说明函数 $y = f(x)$ 在区间 D 上是减函数。

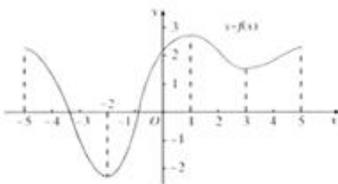


扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

(三) 应用新知

1. 下图是定义在区间 $[-5, 5]$ 上的函数 $f(x)$, 根据图象说出函数的单调区间, 以及在每一单调区间上, 它是增函数还是减函数?



2. 物理学中的玻意耳定律 $p = \frac{k}{V}$ (k 为正常数) 告诉我们, 对于一定量的气体, 当其体积 V 减小时, 压强 p 将增大。试用函数的单调性证明之。

(四) 小结作业

小结: 通过这节课的学习, 你有什么收获? 你对今天的学习还有什么疑问吗?

作业: 研究函数 $y = x + \frac{a}{x}$ ($a > 0$) 的单调性。

【板书设计】

函数的单调性
1. 增函数
2. 减函数

《奇函数》



观察函数 $f(x) = x$ 和 $f(x) = \frac{1}{x}$ 的图象 (图 1.3-9), 并完成下面的两个函数值对应表, 你能发现这两个函数有什么共同特征吗?

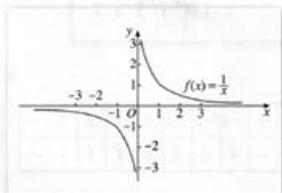
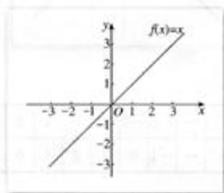


图 1.3-9

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$f(x) = x$...				0				...

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$f(x) = \frac{1}{x}$...				/				...

我们看到, 两个函数的图象都关于原点对称. 函数图象的这个特征, 反映在函数解析式上就是:

当自变量 x 取一对相反数时, 相应的函数值 $f(x)$ 也是一对相反数.

例如, 对于函数 $f(x) = x$ 有:

$$f(-3) = -3 = -f(3);$$

$$f(-2) = -2 = -f(2);$$

$$f(-1) = -1 = -f(1).$$

实际上, 对于函数 $f(x) = x$ 定义域 \mathbf{R} 内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -x = -f(x)$. 这时我们称函数 $f(x) = x$ 为奇函数.

一般地, 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数 (odd function).

请仿照这个过程, 说明函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 也是奇函数.



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

基本要求:

- (1) 让学生理解平面向里基本定理的意义, 掌握基向量表示平面上的任一向量
- (2) 教学中注意师生间的交流互动有适当的提问环节。
- (3) 要求配合教学内容有适当的板书设计
- (4) 请在 10 分钟内完成试讲内容。

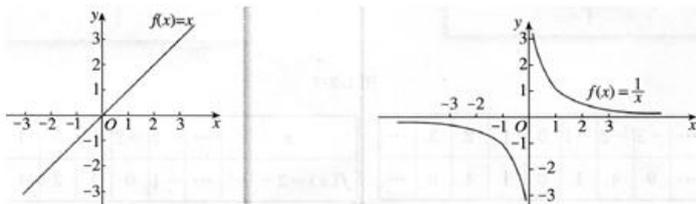
教学过程

(一) 导入新课

复习回顾偶函数的定义及相关结论。

(二) 生成新知

问题 1: 观察函数 $f(x) = x$ 和 $f(x) = \frac{1}{x}$ 的图象, 并完成下面两个函数值对应表, 你能发现这两个函数有什么共同特征吗?



x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$f(x) = x$...				0				...

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$f(x) = \frac{1}{x}$...				/				...

学生交流后回答:

预设: 两个函数的图象都关于原点对称。如果反映在函数解析式上就是: 当自变量 x 取一对相反数时, 相应的函数值 $f(x)$ 也是一对相反数。

也就是说对于函数定义域内任一 x 都有 $f(-x) = -f(x)$ 。这时我们称函数 $f(x)$ 为奇函数。

奇函数的定义: 一般地, 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数

问题 2: 奇函数的图像有什么特征? 奇函数的定义域有什么特征?

(三) 应用新知

判断下列函数是不是奇函数。

(1) $f(x) = x^3 + 2$

(2) $f(x) = x^4$

(3) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

(四) 小结作业

小结: 通过这节课的学习, 你学到了什么? 你有什么收获?

作业: 学习下节课内容。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

板书设计: 略

更多常考篇目:

- 1、《直线的点斜式方程》
- 2、《奇函数的概念》
- 3、《指数函数单调性》
- 4、《函数的零点存在性定理》
- 5、《圆的一般方程》
- 6、《两平面互相垂直定理的判定及其应用》
- 7、《几何概型》
- 8、《椭圆》
- 9、《集合》
- 10、《偶函数概念》
- 11、《双曲线求解问题》
- 12、《证明函数单调性》
- 13、《等比数列前 n 项和公式的应用》
- 14、《等差数列的前 n 项和公式》
- 14、《直线与平面垂直的定理》
- 15、《向量法求解两直线的距离》
- 16、《异面直线所成的角》
- 17、《斜率判定两直线平行》
- 18、《基本不等式》
- 19、《集合的概念》
- 20、《单调性的应用》
- 21、《弧度与角度的互换》
- 22、《通过导数判断单调性》



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

23、《向量加减法的应用》

24、《面面平行证线线平行的定理和题》



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!