

2019 上半年高中数学教师资格证面试真题及答案(5 月 18 日)

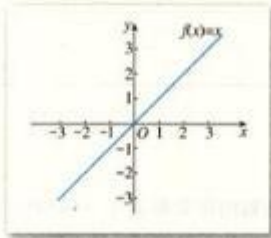
高中数学《奇函数的性质》

1、题目：奇函数的性质

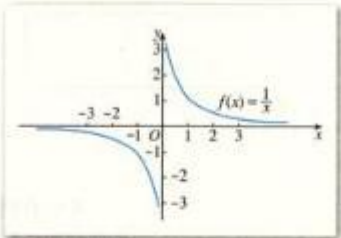
2、内容：

观察

观察函数 $f(x)=x$ 和 $f(x)=\frac{1}{x}$ 的图象 (图 1.3-9), 并完成下面的两个函数值对应表, 你能发现这两个函数有什么共同特征吗?



$f(x)=x$



$f(x)=\frac{1}{x}$

图 1.3-9

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=x$				0			

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=\frac{1}{x}$				/			

我们看到, 两个函数的图象都关于原点对称, 函数图象的这个特征, 反映在函数解析式上就是:

当自变量 x 取一对相反数时, 相应的函数值 $f(x)$ 也是一对相反数.

例如, 对于函数 $f(x)=x$ 有:

$$f(-3)=-3=-f(3);$$

$$f(-2)=-2=-f(2);$$

$$f(-1)=-1=-f(1).$$

实际上, 对于函数 $f(x)=x$ 定义域 \mathbf{R} 内任意一个 x , 都有 $f(-x)=-x=-f(x)$. 这时我们称函数 $f(x)=x$ 为奇函数.

一般地, 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x)=-f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数 (odd function).

请仿照这个过程, 说明函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 也是奇函数.

3、基本要求



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

- (1) 让学生理解奇函数的含义, 并能够利用奇函数的性质解决问题。
- (2) 教学中注意师生间的交流互动, 有适当的提问环节, 突出学生的学习主体地位。
- (3) 要求配合教学内容有适当的板书设计。
- (4) 请在 10 分钟内完成试讲内容。

答辩题目:

1 定义在 R 上的奇函数, $x=0$ 处的函数值如何? 为什么?

2 本节课的教学目标是什么

二、考题解析

【教学过程】

(一) 导入新课

回顾偶函数的定义及性质。

教师引导: 偶函数是轴对称性质在函数图象中的一种特殊体现。除了轴对称, 我们还学过什么样的对称性呢?

预设: 还有中心对称。

引题: 今天我们就来学习中心对称性质在函数图象中的一种特殊体现。

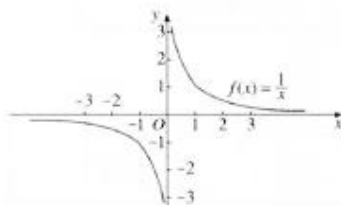
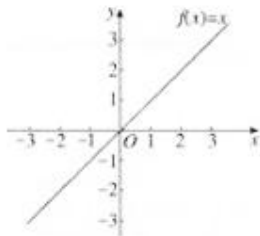
板书课题《奇函数的性质》。



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

(二) 讲解新知

多媒体展示函数 $f(x) = x$ 和 $f(x) = \frac{1}{x}$ 的图象:



提问: 观察这两个函数图象, 它们有什么对称特征?

预设: 都关于原点中心对称。

完成对应的函数值表, 能否发现两个函数的共同特征?

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x$							



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{x}$				/			



学生小组合作, 讨论。



预设: 从函数值对应表可以看出, 当自变量 x 取一对相反数时, 相应的函数值 $f(x)$ 也是一组相反数。两个点关于原点对称, 所以在平面直角坐标系中描点连线得到的函数图象关于原点中心对称。例如: $f(-3) = -3 = -f(3)$, $f(-2) = -2 = -f(2)$, $f(-1) = -1 = -f(1)$ 。

教师明确: 上面两个函数, 对于任意 $x \in R$ 都有 $f(-x) = -x = -f(x)$, 这时我们称函数 $y = x$ 为奇函数。

总结奇函数定义: 一般地, 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么 $f(x)$ 就叫做奇函数。

提问: 根据刚才的学习, 想一想, 奇函数具有什么样的性质?

预设: 对于奇函数 $f(x)$ 定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$; 奇函数的图象关于原点中心对称; 若 $x = 0$ 处有定义, 则 $f(0) = 0$ 。



(三) 课堂练习

根据奇函数的定义判断下列函数是否为奇函数:

(1) $f(x) = x^3$ (2) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

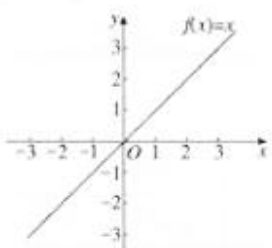
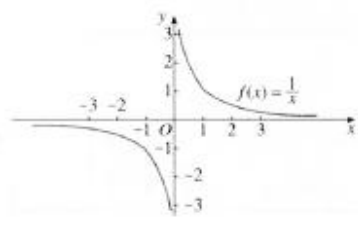
(四) 小结作业

小结: 总结这节课的知识点。

课后作业: 课后练习。

【板书设计】

奇函数的性质

奇函数: 任意 $x \in D$, $f(-x) = -f(x)$

性质: (1) 函数图象关于原点中心对称;
(2) 若 $x=0$ 处有定义, 则 $f(0) = 0$ 。

【答辩题目解析】

1. 定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, $x=0$ 处的函数值如何? 为什么?

【参考答案】

若奇函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处有定义, 则 $f(0) = 0$ 。奇函数的定义式为: $f(-x) = -f(x)$, 令 $x=0$, $f(0) = -f(0)$, 故有 $f(0) = 0$ 。

2. 本节课的教学目标是什么?

【参考答案】

知识与技能: 理解并掌握奇函数的定义及其性质, 会灵活运用奇函数的性质解决问题。

过程与方法: 经历奇函数概念的形成过程, 体会从特殊到一般的数学思想方法, 提高分析问题、解决问题的能力。

情感态度与价值观: 积极参与学习过程, 激发学习兴趣, 提高学习信心, 培养良好的数学学习习惯。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

高中数学《平面与平面的位置关系》

1、题目：高中数学《平面与平面的位置关系》

2、内容：

思考?

(1) 拿出两本书, 看作两个平面, 上下、左右移动和翻转, 它们之间的位置关系有几种?

(2) 如图 2.1-24, 围成长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的六个面, 两两之间的位置关系有几种?

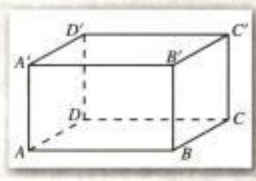


图 2.1-24

通过生活实例以及对长方体模型观察、思考, 我们可以看出, 两个平面之间的位置关系有且只有以下两种:

- (1) 两个平面平行——没有公共点;
- (2) 两个平面相交——有一条公共直线.

画两个互相平行的平面时, 要注意使表示平面的两个平行四边形的对应边平行, 如图 2.1-25.

平面 α 与平面 β 平行, 记作

$$\alpha // \beta$$

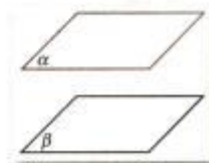


图 2.1-25

探究

已知平面 α, β , 直线 a, b , 且 $\alpha // \beta, a \subset \alpha, b \subset \beta$, 则直线 a 与直线 b 具有怎样的位置关系?

练习

如果三个平面两两相交, 那么它们的交线有多少条? 画出图形表示你的结论.

3、基本要求:

- (1) 如果教学期间需要其他辅助教学工具, 进行演示即可
- (2) 让学生结合生活实例理解平面与平面的位置关系



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

- (3)教学中注意师生间的交流互动,有适当的提问环节,突出学生的学习主体地位
- (4)要求配合教学内容有适当的板书设计。
- (5)请在 10 分钟内完成试讲内容。

答辩题目:

- 1 本节课在教材中有着什么样的地位和作用?
- 2 在本节课的教学过程中,对于探究平面与平面的位置关系你是如何设计的?

二、考题解析

【教学过程】

(一)导入新知

回顾直线与直线、直线与平面的位置关系。提问:平面与平面的位置关系又是如何的呢?

引出课题——平面与平面的位置关系。



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

(二) 探索新知

活动一: 学生自主尝试, 拿出两本书, 看做两个平面, 上下、左右移动和翻转, 观察它们之间的位置关系有几种。

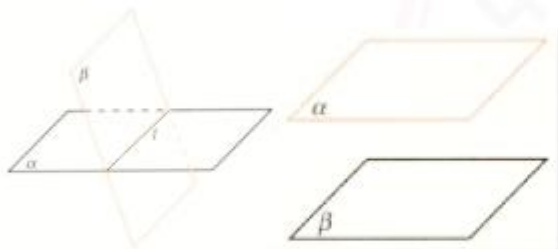
活动二: 教师出示长方体 $ABCD-A'B'CD'$, 学生思考围成长方体的六个面两两之间的位置关系有几种。

预设: 两种, 有公共点和没有公共点。

追问: 如果两个平面有公共点, 那么这些公共点形成了什么样的图形?

预设: 根据公理 3, 这些公共点在一条直线上。

根据学生的回答, 教师总结平面与平面的位置关系: 两个平面有一条公共直线, 我们称两个平面相交; 两个平面没有公共点, 则称两个平面平行。用图形表示如下图:



教师强调: 画两个互相平行的平面时, 要注意使表示平面的两个平行四边形的对应边平行。平面 α 与平面 β 平行, 可记作 $\alpha \parallel \beta$ 。

学生自主尝试用图形表示平面与平面的位置关系。

组织学生四人为一小组, 十分钟的时间进行讨论: 已知平面 α, β , 直线 a, b , 且 $\alpha \parallel \beta$, $a \subset \alpha$, $b \subset \beta$, 则直线 a 与直线 b 具有怎样的位置关系, 再请小组代表发言说明自己小组的讨论结果。

预设: 平行或异面。

(三) 课堂练习

如果三个平面两两相交, 那么它们的交线有多少条? 画出图形表示你的结论。

(四) 小结作业

提问: 今天有什么收获? 引导学生回顾平面与平面的位置关系。

课后作业: 练习题目。

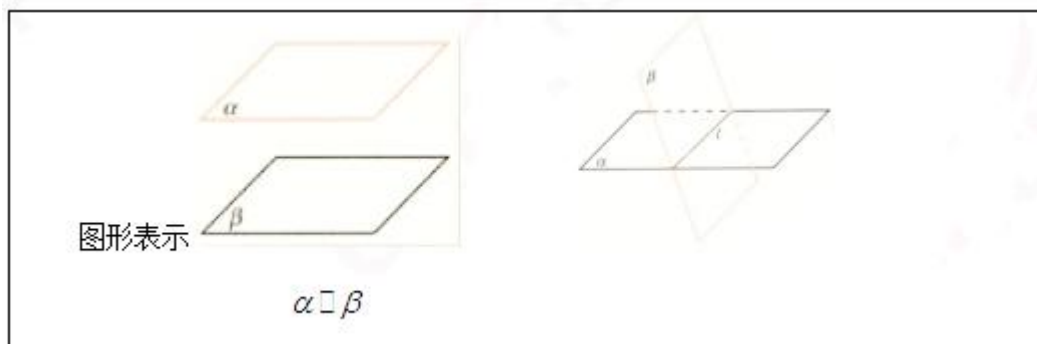
【板书设计】



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

平面与平面的位置关系		
位置关系	两平面平行	两平面相交
公共点	没有公共点	有一条公共直线



【答辩题目解析】

1. 本节课在教材中有着什么样的地位和作用?

【参考答案】

《平面与平面的位置关系》选自人教版高中数学必修二第二章第一节, 本节课主要讲解的是平面与平面的相交和平行, 在此之前, 学生已经学习了《平面》, 认识了平面, 了解了一些相关的公理, 本节课是对学生原有的平面知识的拓展, 也为今后学习空间立体几何打下基础, 有着承上启下的作用。

2. 在本节课的教学过程中, 对于探究平面与平面的位置关系你是如何设计的?

【参考答案】

首先, 设置了两个活动, 一个是让学生将两本书看做两个平面, 在移动和翻转的过程中观察它们的位置关系有几种, 另一个是观察出示的长方体, 思考围成长方体的六个面两两之间的位置关系有几种。通过这两个活动, 让学生结合实例思考平面与平面的位置关系有几种, 最后师生共同总结出平面与平面的位置关系, 并说明如何用图形表示平面与平面的位置关系。接着, 让学生自己尝试用图形表示。最后设置小组讨论, 根据平面与平面的位置关系探究直线与直线的位置关系。整



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

个教学过程, 采用学生观察, 师生总结, 最后设置问题, 将知识形成体系的方式来探究平面与平面的位置关系。

高中数学《余弦定理的证明》

1、题目：余弦定理的证明

2、内容：

基本要求

(1)让学生理解余弦定理的证明过程

(2)教学中注意师生间的交流互动,有适当的提问环节,突出学生的学习主体地位

(3)要求配合教学内容有适当的板书设计

(4)请在 10 分钟内完成试讲内容

1.利用余弦定理可以解决哪几类解三角形的问题?

2.如何备好一节课?

二、考题解析

【教学过程】

(一)导入新课

情景导入：多媒体展示修路工人开凿山地隧道的情境图。提问：“为了测量山地隧道的长度，工人先在山顶选一个位置 A，量出 A 点到隧道两端的距离 AB、AC 及 AB 与 AC 的夹角，最后算出隧道长度。哪位同学能说说这是一个什么数学问题？”

预设：已知三角形两边及其夹角，去求另一边的数学问题。

提问：“那工人们是如何算出来的呢？”

引发认知冲突，从而引出课题。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过，千万人掌上题库！

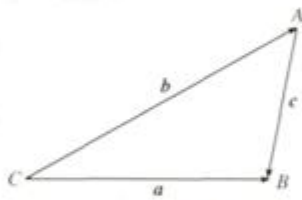
(二) 讲解新知

对于导入的问题, 学生无法回答出答案, 但是可以想到: 若 $\angle A = 90^\circ$, $AB=c$, $AC=b$, 可以根据勾股定理算得: 隧道长 $BC = \sqrt{c^2 + b^2}$ 。

提问: $\angle A$ 的大小与三边存在着什么样的数量关系呢?”

预设: 当 $\angle A = 90^\circ$ 时, $BC = \sqrt{c^2 + b^2}$; 当 $\angle A > 90^\circ$, 所以 $BC > \sqrt{c^2 + b^2}$; 当 $\angle A < 90^\circ$, $BC < \sqrt{c^2 + b^2}$ 。

提问: 我们可以从哪些途径来研究三边与角的关系呢? 教师引导学生考虑到这是一个涉及边长的问题, 尝试用向量的运算和模进行探究。



探究过程: 设 $\vec{CB} = \vec{a}$, $\vec{CA} = \vec{b}$, $\vec{AB} = \vec{c}$, 那么 $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$,

$$|\vec{c}|^2 = \vec{c} \cdot \vec{c} = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = a^2 + b^2 - 2ab \cos C,$$

所以 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

师生共同总结: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$ 。

教师明确, 余弦定理。

(三) 课堂练习

练习: 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b=60\text{cm}$, $c=34\text{cm}$, $\angle A = 60^\circ$, 求三角形第三边边长。

(四) 小结作业

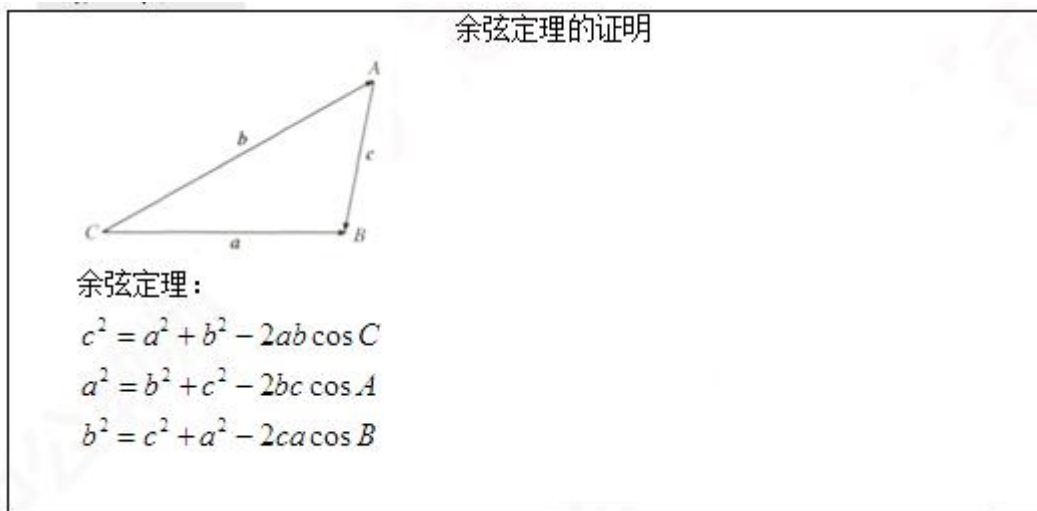
小结: 通过这节课的学习, 你有什么收获?

作业: 课后题。

【板书设计】



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!



【答辩题目解析】

1. 利用余弦定理可以解决哪几类解三角形的问题?

【参考答案】

- (1) 已知三边, 求三个角。
 - (2) 已知两边和夹角, 求第三边和其他两个角。
2. 如何备好一节课?

【参考答案】

一节好的数学课, 要从以下几个方面准备:

首先, 备教材, 教材分析是教师备好课、上好课的基本保证, 对教师顺利完成教学任务、提升教学质量有十分重要的意义。分析教材的过程既是教学科学把握教学内容、加深对教育理论的重要前提, 更是教师进行教学研究的一种主要方法。

其次, 备学生。教学的基本前提是为了学生而进行的教学, 其根本目的在于促进学生的主动发展。因此在备课时要充分考虑所面对的学生特点。

最后, 备教学方法。现代教学理论认为, 在教学过程中, 学生是学习的主体, 教师是学习的组织者、引导者, 教学的一切活动都必须以强调学生的主动性、积极性为出发点。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

高中数学《椭圆的标准方程》

类比利用圆的对称性建立圆的方程的过程, 我们根据椭圆的几何特征, 选择适当的坐标系, 建立它的方程.

如图 2.2-2, 以经过椭圆两焦点 F_1, F_2 的直线为 x 轴, 线段 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴, 建立直角坐标系 xOy .

设 $M(x, y)$ 是椭圆上任意一点, 椭圆的焦距为 $2c$ ($c > 0$), 那么焦点 F_1, F_2 的坐标分别为 $(-c, 0), (c, 0)$. 又设 M 与 F_1, F_2 的距离的和等于 $2a$.

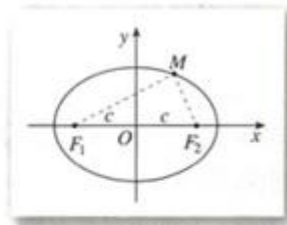


图 2.2-2

由椭圆的定义, 椭圆就是集合

$$P = \{M \mid |MF_1| + |MF_2| = 2a\}.$$

因为 $|MF_1| = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$, $|MF_2| = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$, 所以

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a.$$

为化简这个方程, 将左边的一个根式移到右边, 得

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

将这个方程两边平方, 得

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + (x-c)^2 + y^2,$$

整理得

$$a^2 - cx = a\sqrt{(x-c)^2 + y^2},$$

上式两边再平方, 得

$$a^4 - 2a^2cx + c^2x^2 = a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2,$$

整理得

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2),$$



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

上式两边再平方, 得

$$a^4 - 2a^2cx + c^2x^2 = a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2,$$

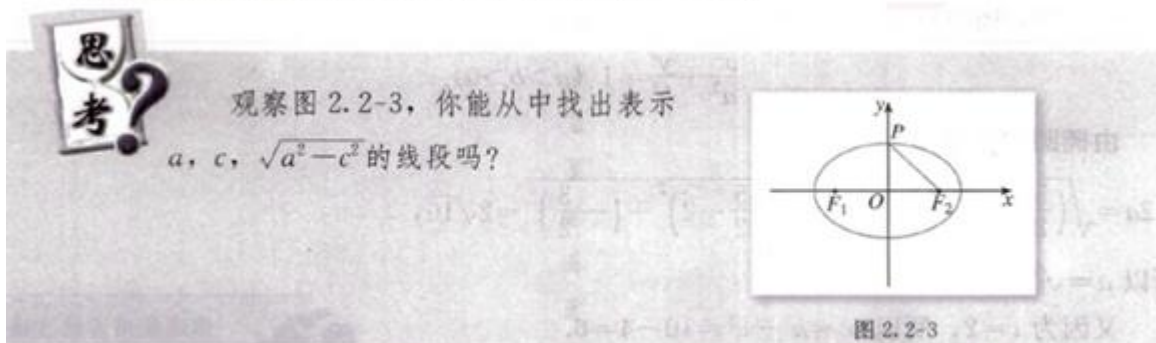
整理得

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2),$$

两边同除以 $a^2(a^2 - c^2)$, 得

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1. \quad \text{①}$$

由椭圆的定义可知, $2a > 2c$, 即 $a > c$, 所以 $a^2 - c^2 > 0$.



【基本要求】

- (1) 要有板书;
- (2) 试讲十分钟左右;
- (3) 条理清晰, 重点突出;
- (4) 学生掌握椭圆的标准方程。

【教学过程】

(一) 导入新课

播放课件: 哈雷彗星 1986 年 2 月 9 日是上世纪第二次也是最后一次回归地球, 天文学家推算出哈雷彗星每隔 76 年到达离地球最近点一次。

问题讨论: 天文学家推算出 76 年以后它还将光临地球上空的依据是什么?

原来, 哈雷彗星运行的轨道是一个椭圆, 通过观察它运行中的一些有关数据, 可以推算出它的运行轨道的方程, 从而算出它运行的周期及轨道的周期, 预测它接近地球的时间。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

由此可说明轨迹方程有很大作用, 怎样才能算出彗星运行轨道的方程呢?

引出课题——椭圆的标准方程.

(二)新知探索

1.复习回顾

复习椭圆的定义, 并让学生动手画椭圆。

2.标准方程的推导

让学生回忆求圆的标准方程的步骤: 建系——设点——列式——化简(坐标法)。

(1)建系: 让学生根据所画的椭圆, 选取适当的坐标系;



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

(2) 设点: 设椭圆上任意一点 $P(x, y)$ 。(强调任意性)。

(3) 列式: 根据椭圆定义知 $|PF_1| + |PF_2| = 2a$, 坐标化得。

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

(4) 化简: 虽然化简此式学生会感到有困难, 先让学生尝试, 适当的提示学生: 化简的关键在于将根式去掉, 而去根式则要两边平方, 那怎样平方去根式会较简单呢? 请学生分析后尝试求解焦点在 x 轴上的椭圆的标准方程。

为使方程简单、对称、和谐, 引入字母 b , 令 $b^2 = a^2 - c^2$, 可得椭圆的标准方程为。

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0)$$

请学生归纳焦点在 y 轴上椭圆的标准方程为: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (a > b > 0)$ 。

(三) 课堂练习。

1. 请同学们观察归纳两个方程的特征, 从而区别焦点在不同坐标轴上的椭圆标准方程, 完成两种不同方程的对照表(略)。

再设问: 以上的椭圆对应的焦距是多少? (利用 $a^2 = b^2 + c^2$ 研究 $2c$)。

2. 椭圆的方程中 a, c, b 的具体含义是什么? 能不能在椭圆的图象中把相应的线段找出来?。



3. 下列方程是否表示椭圆, 为什么?

(1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$; (2) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 0$; (3) $x^2 + \frac{y^2}{5} = 1$; (4) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$.

思考题: 方程 $Ax^2 + By^2 = C$ 中, A 、 B 、 C 满足什么条件, 方程可以表示椭圆?

(四) 小结作业

1. 椭圆的标准方程要注意焦点的位置与方程形式的关系;
2. 用坐标法研究曲线; 用运动变化的观点分析问题.

课后作业: 课本课后习题 1、2 (1) (2) 必做; 2 (3) (4) 选做.

研究性作业: 查找资料、搜集数据, 求神州六号飞行的轨迹方程.

【板书设计】

椭圆的标准方程		
标准方程: (1) 焦点在 x 轴上 (2) 焦点在 y 轴上	椭圆标准方程的推导过程	例 1: (略) 例 2: (略)

《等差数列的前 n 项和》



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

抽象概括

设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 即

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n.$$

根据等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 上式可以写成

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + [a_1 + (n-1)d], \quad \text{①}$$

再把项的次序反过来, S_n 又可以写成

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + [a_n - (n-1)d], \quad \text{②}$$

把①, ②等号两边分别相加, 得

$$\begin{aligned} 2S_n &= \underbrace{(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n)}_{n \uparrow} \\ &= n(a_1 + a_n). \end{aligned}$$



图 1-15

于是, 首项为 a_1 , 末项为 a_n , 项数为 n 的等差数列的前 n 项和

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}. \quad \text{③}$$

这个公式表明: 等差数列前 n 项的和等于首末两项的和与项数乘积的一半, 参见示意图 1-16.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
d	d	d	d	d
d	d	d	d	d
d	d	d	d	d
d	d	d	d	d
a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

图 1-16

将 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 代入③式, 得

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d. \quad \text{④}$$

基本要求:

- (1) 要有板书;
- (2) 试讲十分钟左右;
- (3) 条理清晰, 重点突出;
- (4) 学生掌握等差数列的前 n 项和公式。



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

【教学过程】

(一) 导入新课

PPT 展示情境问题: 200 根相同的圆木料, 堆放成正三角形垛, 要使剩余的木料尽可能少, 那么将剩余多少根木料?

学生思考、分析, 得出这是一个等差数列求和问题。

提问: 如何计算等差数列的和呢?

引入课题。

(二) 新知探索

1. 高斯算法案例



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

学生自主思考 $S_{100}=1+2+3+4+\cdots+99+100$, 在老师的引导下得出:

$$S_{100}=1+2+3+4+\cdots+99+100$$

$$S_{100}=100+99+\cdots+4+3+2+1$$

观察发现, 两个等式上、下对应项的和均为 101, 得出:

$$2S_{100}=101+101+101+101+\cdots+101+101$$

$$2S_{100}=101 \times 100, \quad S_{100}=5050$$

提问: 你能从这个问题的解决过程中悟出求一般等差数列前 n 项和的方法么?

引导学生对上述高斯算法过程进行梳理, 得出关键步骤“倒序”、“求和”、“ S_{100} 的 2 倍”,

为下面的推广到等差数列前 n 项和做铺垫。

2. 等差数列前 n 项和公式

(1) 倒序相加法推导

提问: 设是 S_n 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 求 S_n 。

学生自主推导, 得:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + [a_1 + (n-1)d] \quad ①$$

把项的次序反过来得:

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \cdots + [a_n - (n-1)d] \quad ②$$

把①②等号两边分别相加, 得:

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

于是首项为 a_1 , 末项为 a_n , 公差为 d 的前 n 项和公式为:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

将 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 带入上式, 得:

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$



(2) 数形结合, 用图形说明前 n 项和公式。

这个公式表明前 n 项和等于首末两项的和与项数乘积的一半, 如下图表示:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
d	d	d	d	d
d	d	d	d	d
d	d	d	d	d
d	d	d	d	d
a_1	a_1	a_1	a_1	a_1
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

(三) 课堂练习

完成本课开头的问题, 即转化为求满足 $S_n = \frac{n(n+1)}{2} \leq 200$ 的最大自然数 n 。

(四) 小结作业

小结: 师生一起回顾等差数列前 n 项和的推导过程, 以及公式的两种表达形式。

作业: 完成例 8 和课后练习。

【板书设计】

等差数列的前 n 项和

1. 推导过程:

2. 首项为 a_1 , 末项为 a_n , 公差为 d 的前 n 项和公式为:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \text{ 或 } S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d。$$

3. 例 7

《空间向量及加减法》



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

与平面向量一样, 空间向量也用有向线段表示, 有向线段的长度表示向量的模。如图 3.1-3, 向量 a 的起点是 A , 终点是 B , 则向量 a 也可以记作 \overrightarrow{AB} , 其模记为 $|a|$ 或 $|\overrightarrow{AB}|$ 。

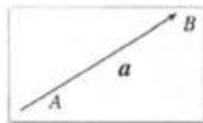
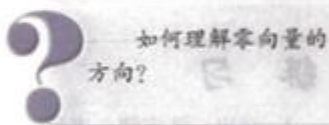


图 3.1-3

为方便起见, 我们规定, 长度为 0 的向量叫做零向量 (zero vector), 记为 0 。当有向线段的起点 A 与终点 B 重合时, $\overrightarrow{AB}=0$ 。

模为 1 的向量称为单位向量 (unit vector), 与向量 a 长度相等而方向相反的向量, 称为 a 的相反向量, 记为 $-a$ 。



方向相同且模相等的向量称为相等向量 (equal vector)。

因此, 在空间, 同向且等长的有向线段表示同一向量或相等向量。空间任意两个向量都可以平移到同一个平面内, 成为同一平面内的两个向量。如图 3.1-4, 已知空间向量 a, b , 我们可以把它们移到同一个平面 α 内, 以任意点 O 为起点, 作向量 $\overrightarrow{OA}=a, \overrightarrow{OB}=b$ 。

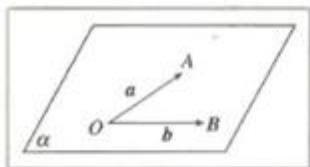


图 3.1-4

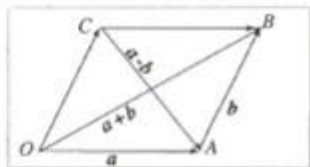


图 3.1-5

在数学中引进一种量后, 一个很自然的问题就是要研究它们的运算。类似于平面向量, 我们可以定义空间向量的加法和减法运算 (图 3.1-5):

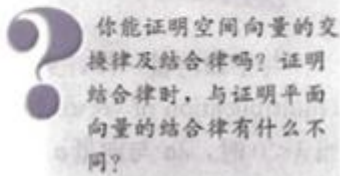
$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = a + b,$$

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = a - b.$$

空间向量的加法运算满足交换律及结合律:

$$a + b = b + a,$$

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$



【基本要求】

- (1) 要有板书;
- (2) 试讲十分钟左右;
- (3) 条理清晰, 重点突出;
- (4) 学生掌握空间向量的加减法运算。



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!

考题解析

【教学过程】

(一)导入新课

出示课件: 有一块质地均匀的正三角形面的钢板, 重 500 千克, 顶点处用与对边成 60 度角, 大小 200 千克的三个力去拉三角形钢板, 问钢板在这些力的作用下将如何运动?这三个力至少多大时, 才能提起这块钢板?

提问: 我们研究的问题是三个力的问题, 力在数学中可以看成是什么?这三个向量和以前我们学过的向量有什么不同?

预设: 这是三个向量不共面。

提问: 不共面的向量问题能直接用平面向量来解决么?解决这类问题需要空间向量的知识。引出课题。

(二)新知探索

师生共同回忆平面向量概念、向量的模、零向量、单位向量、相反向量、相等向量等, 引导学生理解空间向量就是把向量放到空间中了, 请同学们给空间向量下个定义。

预设: 在空间中, 既有大小又有方向的量, 叫做空间向量。

引导学生阅读教材, 找出空间向量的相关定义, 用类比的方法记忆并填写课件的表格。



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

空间向量	↻
零向量	↻
单位向量	↻
相反向量	↻

提问: 同学对知识掌握得很好。我们先来探讨这样一个问题: 对于两个向量来说空间向量和平面向量有没有区别?

学生探讨研究: 平面向量可在同一平面内平移, 而空间向量也可在空间中平移。平移后的向量与原向量是同一向量。由此得出: 空间任意两个向量都可转化为共面向量。

引导学生得出任意的空间中的两个向量的运算与平面向量的结论一致, 这样我们就能够定义空间向量的加法和减法运算。

同样地, 用类比(表格)形式对比给出空间向量的相关定义, 采用填空形式填写下列有关内容。

(三) 课堂练习

例: 化简下列向量表达式

$$(1) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AA'}$$

$$(2) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}$$

(四) 小结作业

这节课, 我们在平面向量的基础上学习了平面向量, 接下来给同学们两分钟的时间总结一下这节课的主要内容。

作业: (1) 课后练习题 1、2;

(2) 思考题: 共始点的两个不共线向量的加法满足平行四边形法则。和向量是平行四边形的对角线。请问, 共始点的三个不共面的向量满足什么法则? 和向量是什么向量?

【板书设计】

空间向量及其加减

一、空间向量的概念



扫码下载 233 网校题库

一刷就过, 千万人掌上题库!

二、空间向量的加减计算



扫码下载 233 网校题库
一刷就过, 千万人掌上题库!